LYCEE TECHNIQUE ANDRE PEYTAVIN DE SAINT-LOUIS
TEL : 33 961 10 80 / FAX : 33 961 11 55 / E-MAIL : ltapsl@orange.sn

SERIE D'EXERCICES SUR LES MATRICES

EXERCICE 1 :

Soient les matrices suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Calculer $B \times A$, $B \times C$ + A.
2. Les matrices A, B et C sont-elles inversibles ? justifie tes réponses

EXERCICE 2:

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & -8 & -4 \end{pmatrix}$

Vérifie que $A^3 + 2A^2 - 12A = -8I_3$

EXERCICE 3:

On considère la matrice A suivant : $A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \\ -2 & 8 & 1 \end{pmatrix}$

1) Calculer le déterminant de A.
2) Déterminer si possible A^{-1} par la méthode des cofacteurs
3) Calculer $A \times A^{-1}$. Conclure.

EXERCICE 4:

Soit la matrice $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

1. La matrice A est-elle inversible ?
2. Si A est inversible, déterminer l'inverse de A : A^{-1}

EXERCICE 5 : BAC 2003

On considère la matrice A et le système (S) suivant :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad (S): \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + y + 2z = 1 \\ -x + y - z = 2 \end{cases}$$

1) Calculer le déterminant de A.
2) Que peut-on en déduire des solutions de (S) ?
3) Résoudre (S) par la méthode du pivot

EXERCICE 6 : BAC 2007

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

1. Calculer la matrice A^2.
2. Montrer que A est une matrice inversible.
3. Déterminer la matrice inverse A^2 de A par la méthode du pivot de Gauss.
   En déduire l'ensemble des solutions du système :

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + z = -1 \\ 2z + y = -8 \end{cases}$$

<u>EXERCICE 8</u> : BAC 2007 2ND GROUPE

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

1) Calculer le déterminant de la matrice A.
2) Déterminer par la méthode des cofacteurs, la matrice inverse A^{-1} de A.

<u>EXERCICE 9</u> : BAC 2010

Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1) Calculer le déterminant de A.
2) Calculer la matrice inverse A^{-1} de A par la méthode du pivot de Gauss.
3) Montrer que $A^3 - 7A^2 + 4A - I = O$, où O est la matrice nulle.
En déduire une expression de la matrice A^{-1} de la 2ème question en fonction de A.

<u>EXERCICE 10</u> : BAC 2012

Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$

1) Calculer les matrices C = A^2 et $D = (t_B) \times C$
2) Montrer que la matrice A est inversible.
3) Déterminer la matrice A^{-1}, inverse de A, par la méthode du pivot de Gauss.

<u>EXERCICE 11</u> : BAC 2015

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

1. Calculer $|A|$, le déterminant de A.
1) Déterminer A^{-1}, l'inverse de la matrice A, par la méthode du pivot de Gauss.

2) Soit le système (E) : $\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + 5z = -1 \\ x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$

   a) Donner l'écriture matricielle de (E).
   b) En déduire la résolution de (E) dans IR^3.

<u>EXERCICE 12</u> : BT COMPTABILITE 2016

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

1) Calculer $A^2 - 2\,A^3$
2) A est-elle inversible ? Calculer A^{-1}
3) Résoudre dans IR^3 $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ -x + z = -2 \\ 2x + y + 3z = 0 \end{cases}$

<u>EXERCICE 13</u> : BT COMPTABILITE 2017

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} b-2 & 1 & 1 \\ 1 & b-2 & 1 \\ 1 & 1 & b-2 \end{pmatrix}$

1) Calculer le déterminant de M
2) Déterminer les nombres réels b pour lesquels le déterminant est nul
3) On considère les vecteurs $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $A = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$, Résoudre le système écrit matriciellement $MX = A$ pour b = 0