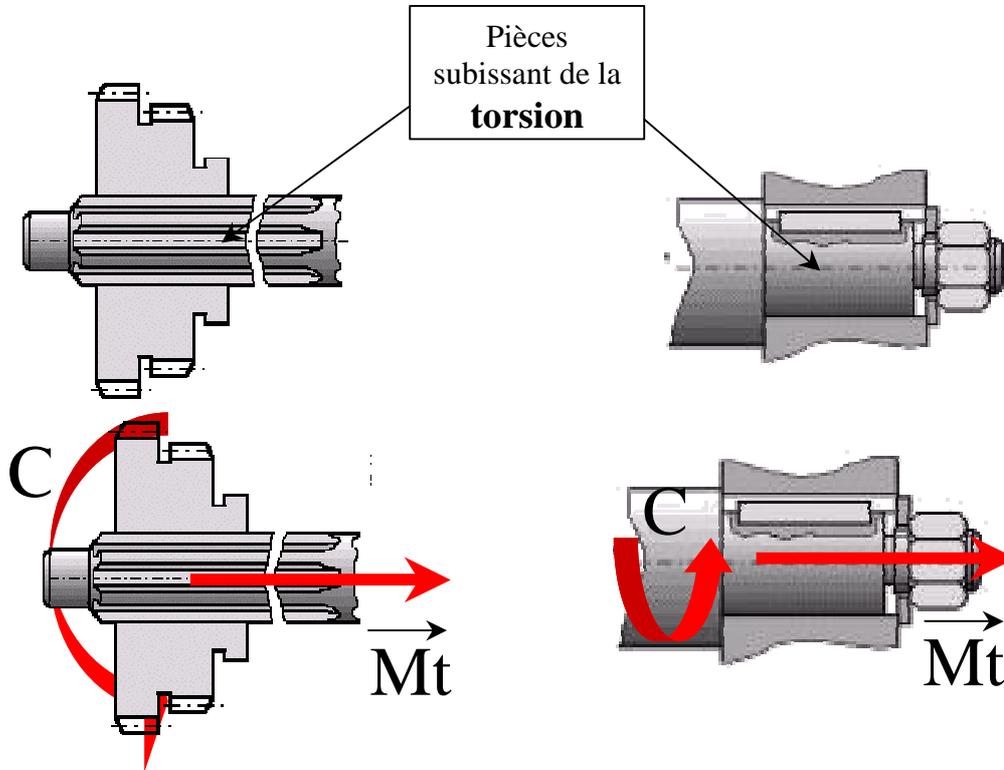
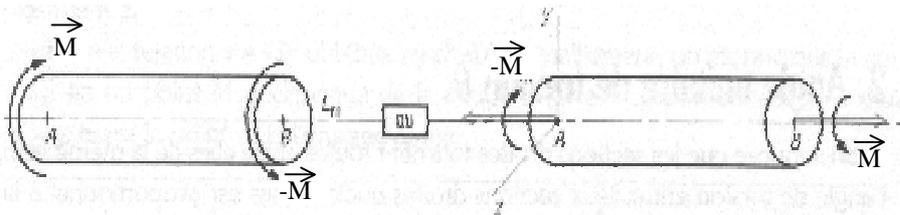


AVOÛT 2020	MECANIQUE	SVCE
COURS	Résistance des matériaux : Torsion simple	Page 1

1. Modélisation

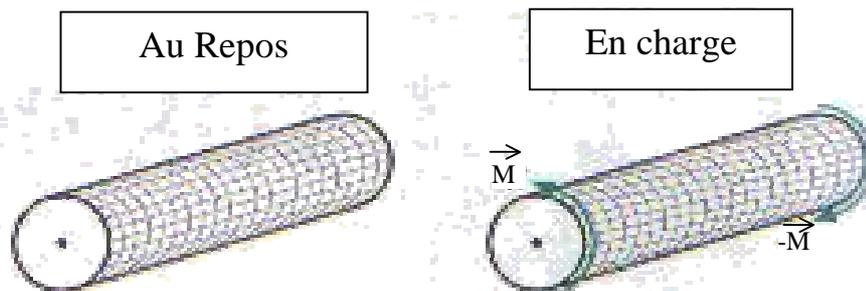


Les pièces subissent un couple, moteur ou (et) résistant qui provoque un moment de torsion M_t . On ramène l'étude de ces pièces à l'étude d'une poutre subissant un couple égal et opposé à chaque extrémité.



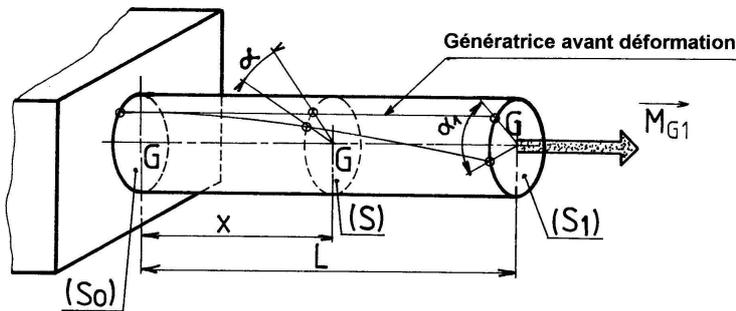
2. Etude des déformations

Les pièces vont se déformer sous l'effet des couples :



Si on trace une ligne à la surface de la pièce, on peut voir les déformations de la pièce par l'image de cette ligne.

ANAVOÛT 2020	MECANIQUE	SV001
COURS	Résistance des matériaux : Torsion simple	Page 2



On en déduit l'angle unitaire de torsion :

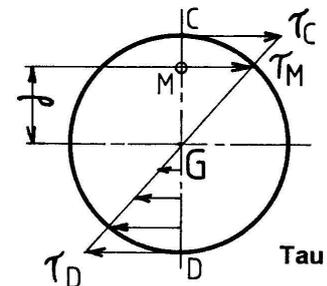
$$\theta = \alpha_1 / L = \alpha / x$$

Unité : rd / mm
ou ° / mm

- Avec :
- θ = Angle de torsion unitaire
 - α_1 = Angle de rotation de la section S_1 en rad
 - α = Angle de rotation de la section S en rad
 - L = Distance séparant S_1 à la section S_0 en mm
 - x = Distance séparant S à la section de référence S_0 en mm

3. Etude de la contrainte de torsion

Si l'on considère la section au niveau du point M celle-ci subit en fait du cisaillement. Et ce cisaillement sera d'autant plus important que l'on s'éloigne du centre de la pièce. Il est nul au centre.



Conclusion : en torsion une pièce se déformera en commençant par la surface.

Cette contrainte s'écrit : $\tau = G \cdot \theta \cdot \rho$

Contrainte tangentielle de torsion
en Mpa ou N/mm²

Module d'élasticité transversal
 $G = 0.4E$ le module d'Young de
l'essai de traction

Distance du point M à la ligne
neutre ou axe de la pièce qui ne
subit aucun effort

Angle unitaire
En rd / mm

Remarque : τ_{Maxi} si M est sur la surface du solide $\rho = R$ (Rayon)

4. Condition de résistance du matériau

$$\tau \leq R_{pg}$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_t \cdot \rho_{\max}}{I_o} = \frac{M_t}{\left(\frac{I_o}{R}\right)} \leq R_{pg} = \frac{R_g}{k}$$

Avec :

τ en Mpa ou N/mm², M_t en N.mm

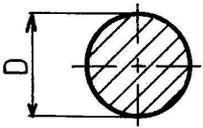
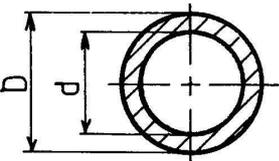
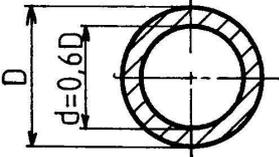
$\rho_{\max} = R$ en mm

$\left(\frac{I_o}{R}\right)$ le module de torsion en mm³

I_o le moment quadratique en mm⁴

5. Le moment quadratique I_o et modules de torsion

Il dépend de la forme de la pièce et des dimensions de sa section.

Sections	Caractéristiques
	$I_o = \frac{\pi D^4}{32}$ $\frac{I_o}{R} = \frac{\pi D^3}{16}$
	$I_o = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$ $\frac{I_o}{R} = \frac{\pi D^3}{16} - \frac{\pi d^3}{16}$
<p>Exemple: $d = 0,6D$</p> 	$I_o = \frac{\pi D^4}{32} (1 - (0,6)^4)$ $\frac{I_o}{R} = \frac{\pi D^3}{16} (1 - (0,6)^3)$

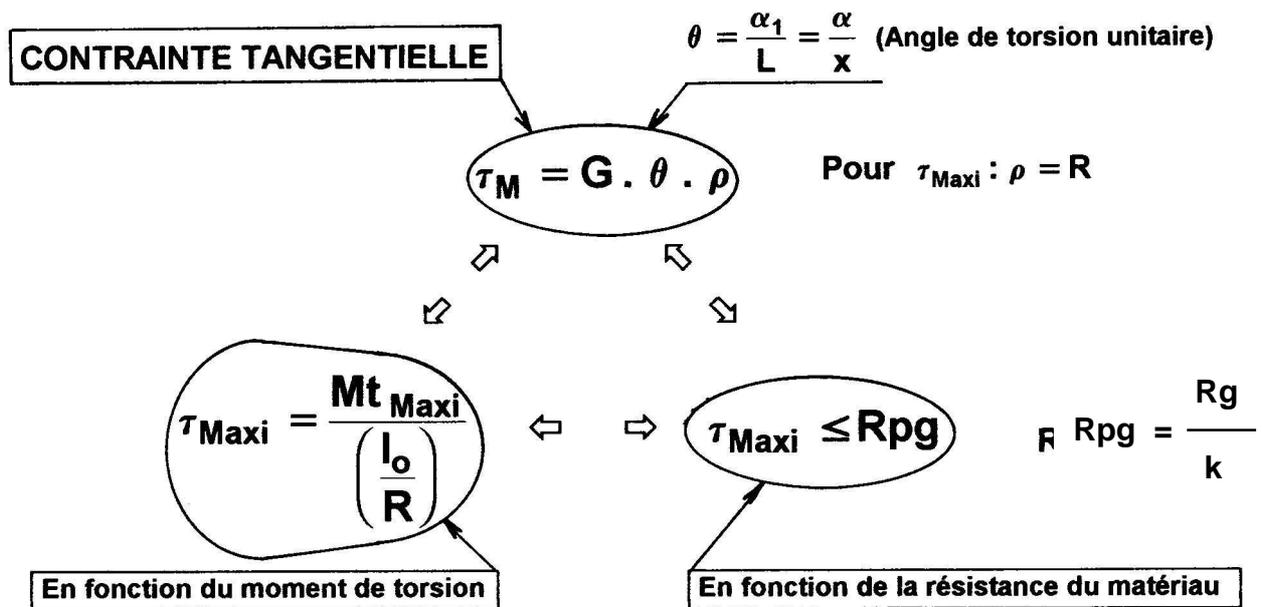
	MECANIQUE	
COURS	Résistance des matériaux : Torsion simple	Page 4

6. Equation de déformation – Relation Mt et θ

$$M_t = G \cdot \theta \cdot I_o$$

- Avec :
- M_t = Moment en N.mm
 - G = Module d'élasticité en Mpa (N/mm²)
 - θ = Angle de torsion unitaire en rad/mm
 - I_o = Moment quadratique (polaire) en mm⁴

7. Résumé



Equation de déformation

$$M_{tM} = G \cdot \theta \cdot I_o$$

$$M_{tM} = \frac{P}{\omega}$$

Exemple  Module de torsion $\frac{I_o}{R}$

$$\frac{I_o}{R} = \frac{\pi D^3}{16}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi}}$$