

|              |                                               |                                                       |
|--------------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| M. O. DIAGNE | CONSTRUCTION MECANIQUE                        | Etablissement : LTID<br>Classe : 1 <sup>er</sup> /2BT |
|              | INTRODUCTION A LA RESISTANCE DES<br>MATERIAUX |                                                       |

## I. BUT DE LA RESISTANCE DES MATERIAUX

La résistance des matériaux a trois objectifs principaux :

- la connaissance des caractéristiques mécaniques des matériaux. (comportement sous l'effet d'une action mécanique)
- l'étude de la résistance des pièces mécaniques. (résistance ou rupture)
- l'étude de la déformation des pièces mécaniques.

Ces études permettent de choisir le matériau et les dimensions d'une pièce mécanique en fonction des conditions de déformation et de résistance requises.

## II. DEFINITIONS ET HYPOTHESES

### 2.1 Hypothèses fondamentales

Les hypothèses de la résistance des matériaux, dans ce cours, sont les suivantes :

- ❖ Les matériaux sont homogènes, continus et isotropes ;

**Continuité** : la matière est supposée **continue** car son aspect moléculaire est trop "fin" pour l'étude qui nous intéresse.

**Homogène** : on dit qu'un matériau est **homogène**, s'il possède les mêmes caractéristiques en tous ses points.

**Isotropes** : on dit qu'un matériau est **isotrope**, lorsqu'il possède les mêmes caractéristiques dans toutes les directions.

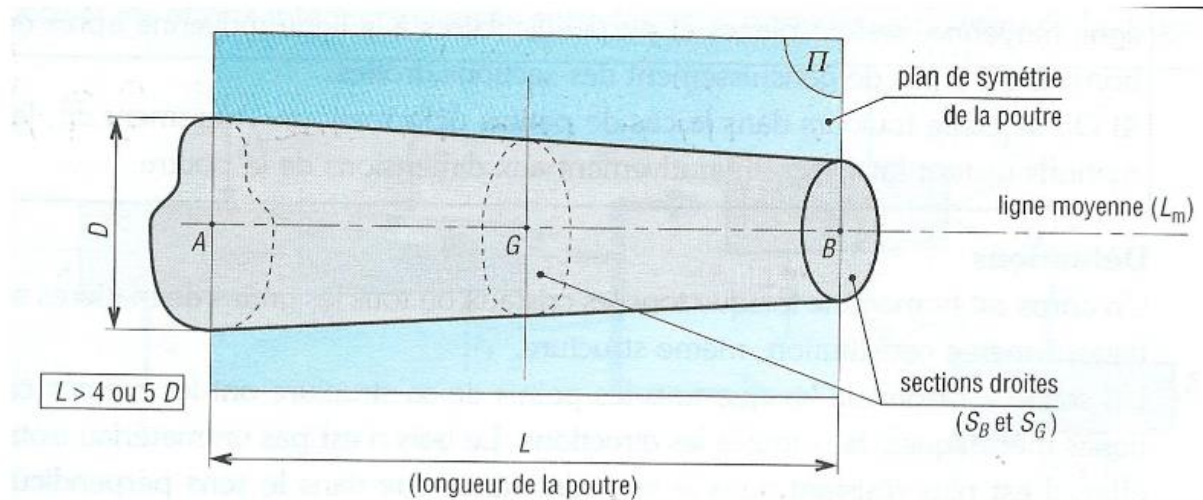
- ❖ Il n'y a pas de gauchissement des sections droites : les sections droites planes et perpendiculaires à la ligne moyenne, restent planes et perpendiculaires à la ligne moyenne après déformation ;
- ❖ Toutes les forces extérieures exercées sur la poutre sont contenues dans un plan de symétrie ;
- ❖ On suppose que les déformations restent faibles par rapport aux dimensions de la poutre.

### 2.2 Notion de poutre

La RDM étudie des pièces dont les formes sont relativement simples. Ces pièces sont désignées sous le terme de « poutres ».

**Poutre** : on appelle *poutre* (voir figure 1.) un solide engendré par une surface plane (S) dont le centre de surface G décrit une courbe plane (C) appelée *ligne moyenne*.

|              |                                               |                                                       |
|--------------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| M. O. DIAGNE | CONSTRUCTION MECANIQUE                        | Etablissement : LTID<br>Classe : 1 <sup>er</sup> /2BT |
|              | INTRODUCTION A LA RESISTANCE DES<br>MATERIAUX |                                                       |



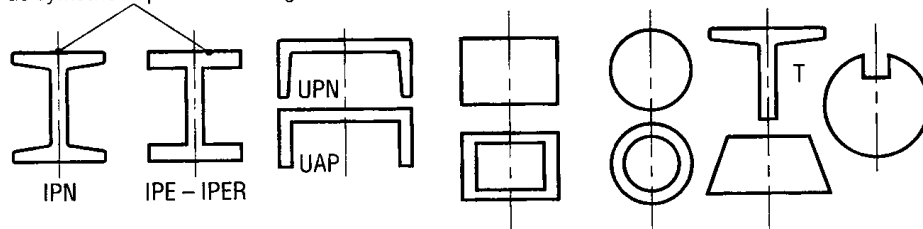
**Figure 1 :** Exemple de poutre

Les caractéristiques de la poutre sont :

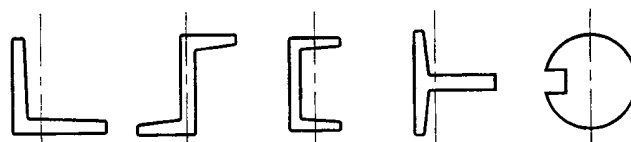
- ligne moyenne droite ou à grand rayon de courbure.
- section droite (S) constante ou variant progressivement.
- grande longueur par rapport aux dimensions transversales.
- existence d'un plan de symétrie.

### 2.3 Exemples de poutres

plans de symétrie et plans des charges



**Figure 2 :** Exemples de poutres symétriques



**Figure 3 :** Exemples de poutres ne satisfaisant pas l'hypothèse de symétrie

## III. FORCES DE COHESION

Les efforts intérieurs ou de cohésion sont les efforts qui agissent à l'intérieur des poutres et qui assurent l'équilibre ou la cohésion de la structure sous l'action des charges extérieures exercées.

|              |                                               |                                                       |
|--------------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| M. O. DIAGNE | CONSTRUCTION MECANIQUE                        | Etablissement : LTID<br>Classe : 1 <sup>er</sup> /2BT |
|              | INTRODUCTION A LA RESISTANCE DES<br>MATERIAUX |                                                       |

### 3.1 Principe de calcul

Les efforts intérieurs sont calculés avec le Principe Fondamental de la statique (PFS) à partir des actions extérieures agissant sur la poutre .A un plan de coupe imaginaire (section S de barycentre G),on divise la poutre en deux (2) tronçons fictif (AG,GB).Chaque tronçon est en équilibre et l'application du (PFS),à l'un ou l'autre permet de faire apparaître et de calculer les efforts intérieurs exercés entre les deux (2) tronçons au niveau de la coupure .

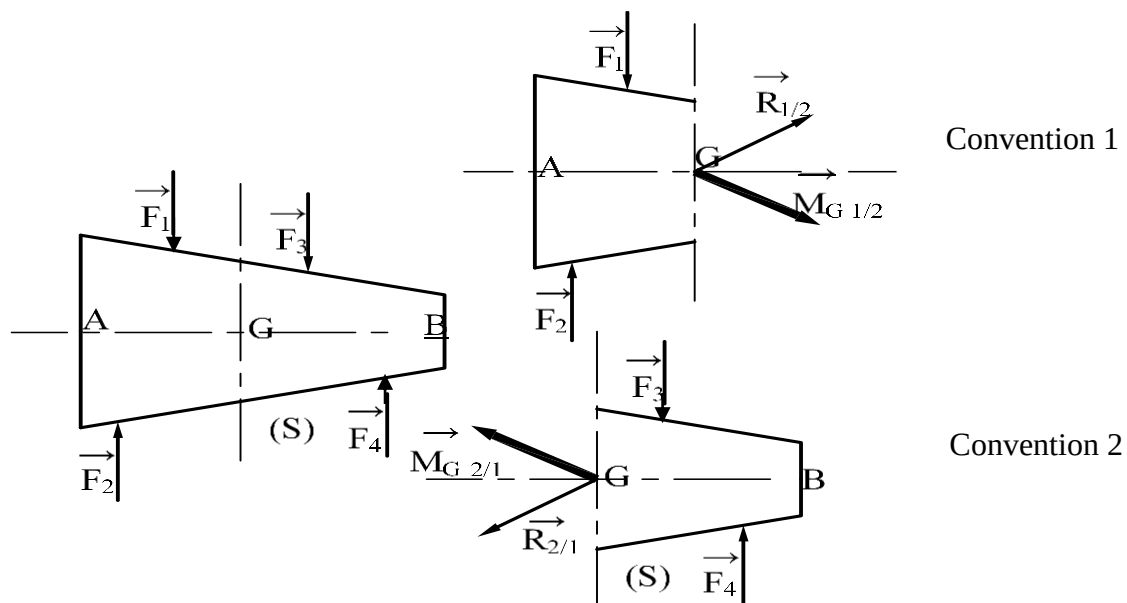


Figure 4 : Coupure de la poutre

L'action entre les 2 tronçons est une action d'encastrement qui se modélise par une résultante ( $\vec{R}_G$ ) est un moment résultant ( $\vec{M}_G$ ) en G.Deux conventions de signe sont alors possibles.

Convention 1

Moins(-) somme des efforts à gauche de (S)

$$\begin{aligned}\vec{R}_G &= \vec{R}_{1/2} = -\vec{R}_{2/1} \\ \vec{M}_G &= \vec{M}_{G1/2} = -\vec{M}_{G2/1}\end{aligned}$$

Convention 2

Plus(+) somme des efforts à droites de (S)

$$\begin{aligned}\vec{R}_G &= \vec{R}_{2/1} = -\vec{R}_{1/2} \\ \vec{M}_G &= \vec{M}_{G2/1} = -\vec{M}_{G1/2}\end{aligned}$$

Remarque : Aucune convention n'est ni normalisé ni imposé.

Quel que soit la convention retenue on dispose toujours de deux possibilités pour déterminer les efforts intérieurs  $\vec{R}_G$  et  $\vec{M}_G$ .

- Soit en faisant la somme des actions à gauche de la coupure de (S).
- Soit en faisant la somme des actions à droite de (S)

|              |                                               |                                                       |
|--------------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| M. O. DIAGNE | CONSTRUCTION MECANIQUE                        | Etablissement : LTID<br>Classe : 1 <sup>er</sup> /2BT |
|              | INTRODUCTION A LA RESISTANCE DES<br>MATERIAUX |                                                       |

$$\vec{R}_G = \vec{R}_{1/2} = - (\text{somme des forces à gauche de (S)} = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2))$$

$$\vec{R}_G = \vec{R}_{2/1} = + (\text{Somme des forces à droites de (S)} = +(\vec{F}_3 + \vec{F}_4))$$

$$\vec{M}_G = \vec{M}_{G1/2} = -[\vec{M}_G(\vec{F}_1) + \vec{M}_G(\vec{F}_2)] \text{ ou}$$

$$\vec{M}_G = \vec{M}_{G2/1} = +[\vec{M}_G(\vec{F}_3) + \vec{M}_G(\vec{F}_4)]$$

### 3.2 Composantes des efforts intérieurs

La résultante :

$$\vec{R}_G = N\vec{x} + T_y\vec{y} + T_z\vec{z}$$

$N$ : effort normal, projection de  $R$  sur la normale extérieure ( $x$ )

$T_y$  et  $T_z$  : efforts tranchants, perpendiculaire à la ligne moyenne.

Le moment résultant :

$$\vec{M}_G = M_t\vec{x} + M_{fy}\vec{y} + M_{fz}\vec{z}$$

$M_t$ : moment de torsion, projection du moment sur la normale extérieure.

$M_{fy}$  et  $M_{fz}$ : moments de flexion, projection du moment sur le plan de section droite.

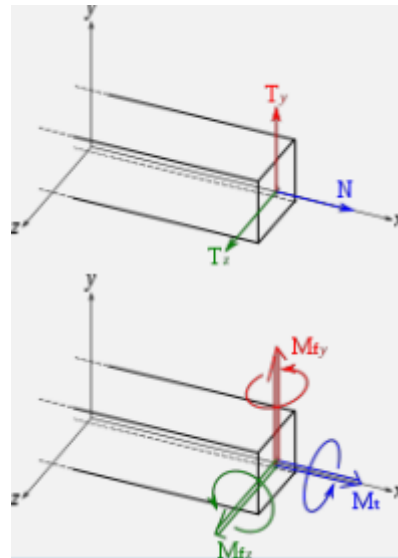


Figure 4 : Composants des efforts intérieurs

## IV. LES SOLLICITATION

Suivant les éléments de réduction non-nuls des forces de cohésion ( $N$ ,  $T_y$ ,  $T_z$ ,  $M_t$ ,  $M_{fy}$ , et,  $M_{fz}$ ) on peut alors identifier le type de sollicitation que subit la poutre, à savoir :

|              |                                               |                                                       |
|--------------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| M. O. DIAGNE | CONSTRUCTION MECANIQUE                        | Etablissement : LTID<br>Classe : 1 <sup>er</sup> /2BT |
|              | INTRODUCTION A LA RESISTANCE DES<br>MATERIAUX |                                                       |

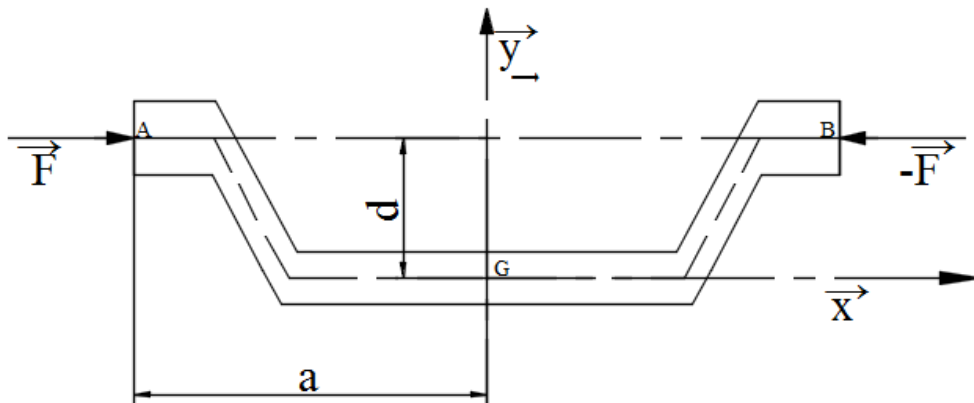
Tableau 1 : les sollicitations simples

| Composantes                        |       | Sollicitation        |
|------------------------------------|-------|----------------------|
| N                                  | $> 0$ | Extension (traction) |
|                                    | $< 0$ | Compression          |
| T <sub>y</sub>                     |       | Cisaillement         |
| T <sub>z</sub>                     |       |                      |
| M <sub>t</sub>                     |       | Torsion              |
| M <sub>fy</sub><br>M <sub>fz</sub> |       | Flexion              |

Lorsque l'on a une seule de ces sollicitations on parle de *sollicitation simple*, sinon on a un problème de *sollicitations composées*.

Application :

Une barre cintrée est soumise à 2 forces égales et opposées  $\vec{F}$  et  $-\vec{F}$  (8000N). Déterminer les efforts intérieurs dans la section droite passant par G. On donne d=100mm et a=200mm.



Résolution :

❖ Etudions le tronçon de gauche :  $0 \leq x \leq a$

$$\begin{cases} \vec{R}_G = -(\sum \vec{F}_{ext}) = -(\vec{F}) = -F\vec{x} = -8000\vec{x} \\ \vec{M}_G = -(\sum \vec{M}_G(\vec{F}_{ext})) = -(\vec{M}_A(\vec{F}) + \vec{GA} \wedge \vec{F}) = -(0 - 8.10^5\vec{z}) = 8.10^5\vec{z} \end{cases}$$

$$\vec{GA} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} -200 & F \\ 100 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -100F \end{vmatrix} = -8.10^5\vec{z}$$

$$\vec{R}_G = -8000\vec{x}$$

$$\vec{M}_G = 8.10^5\vec{z}$$