III. Résolution graphique d'un problème de statique

Lorsque nous souhaitons un résultat rapide avec une précision limitée, il peut être intéressant d'utiliser une méthode graphique pour résoudre un problème de statique.

Nous n'aborderons que les problèmes plans faisant intervenir 2 ou 3 forces par ensemble isolé. Nous devons, au préalable, énoncer deux théorèmes qui découlent du PFS.

3.1 Solide soumis à l'action de deux forces.

Un solide est en équilibre sous l'action de deux forces si **ces deux forces sont égales** en intensité **et directement opposées** (même direction et sens contraire).

Par conséquent, les deux forces ont :

- la même ligne d'action (droite AB),
- la même intensité,

$\|\overrightarrow{A_{2/1}}\| = \|\overrightarrow{B_{3/1}}\|$

- un sens opposé.

$\overrightarrow{A_{2/1}} = -\overrightarrow{B_{3/1}}$

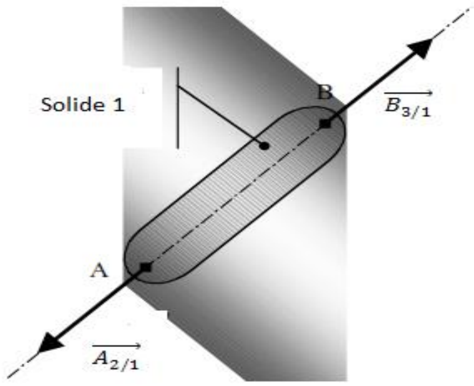


Figure 1 : Solide soumis à l'action de deux forces

3.2 Solide soumis à l'action de trois forces

Un solide soumis à l'action de trois forces coplanaires (non parallèles) est en équilibre si **les trois forces sont concourantes au même point** et si **la somme vectorielle de ces trois forces est nulle**.

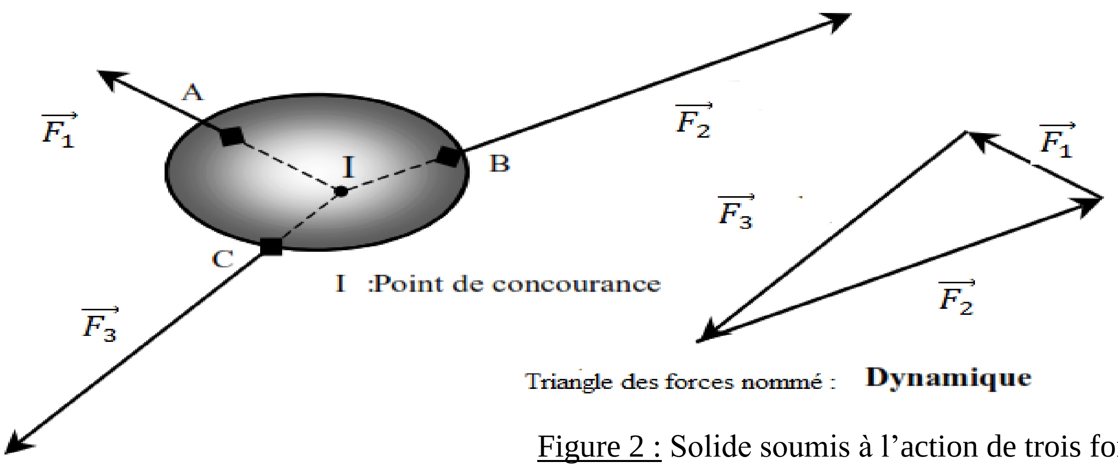


Figure 2 : Solide soumis à l'action de trois forces.

Application : Potence à tirant

Une potence 2 est supportée par un mur 1 et par un tirant 3. Sur cette potence, en B, se situe un palan dont le poids est connu. Les points A, C et D sont des articulations, modélisées par des pivots parfaits. L'ensemble est supposé en équilibre. On néglige les poids de la potence 2 et du tirant 3 par rapport aux autres efforts mis en jeu.

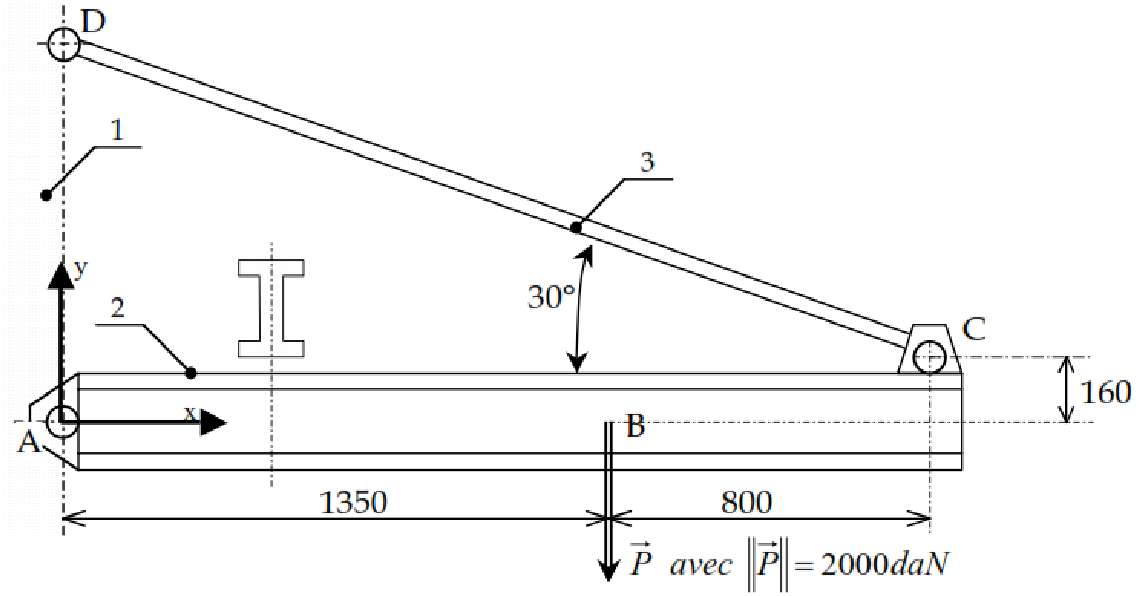


Figure 3 : Exemple d'une potence à tirant

De toute évidence, ce problème admet comme plan de symétrie (pour la géométrie et pour les efforts) le plan (A,$\vec{x}$, $\vec{y}$). Nous pouvons donc envisager d'utiliser une méthode graphique (entre autres) pour déterminer les efforts dans les différentes liaisons.

Rapidement, nous constatons que le tirant 3 est soumis à l'action de deux forces $\overrightarrow{D_{(1/3)}}$ et $\overrightarrow{C_{(2/3)}}$ tandis que la potence 2 est sollicitée sous l'action de trois forces, $\vec{P}$, $\overrightarrow{A_{(1/2)}}$ et $\overrightarrow{C_{(3/2)}}$.Nous commencerons notre étude en isolant le tirant 3.

Tableau 1 : Isolement du tirant 3

Force	**Direction**	**Sens**	**Intensité**
$\overrightarrow{C_{(2/3)}}$	**CD**	↘	**3150daN**
$\overrightarrow{D_{(1/3)}}$	**CD**	↖	**3150daN**

Le solide 3 est soumis à l'action de deux forces $\overrightarrow{C_{(2/3)}}$ et $\overrightarrow{D_{(1/3)}}$ alors ces forces ont :

- Même direction (CD)
- Même norme
- Mais de sens contraire :

Pour le moment, nous ne pouvons rien dire de plus. Il nous faut donc isoler la potence 2.

Tableau 2 : Isolement de la potence 2 :

Force	**Direction**	**Sens**	**Intensité**
$\vec{P}$	Verticale	descendante	2000daN
$\overrightarrow{A_{(1/2)}}$	AI_2	$\nearrow$	3050daN
$\overrightarrow{C_{(3/2)}}$	CD	$\nwarrow$	3150daN

Le poids de la potence 2 est intégralement connu.

La force $\overrightarrow{C_{(3/2)}}$ ne nous est pas totalement inconnue. En effet, d'après le **Principe des actions mutuelles** $\overrightarrow{C_{(3/2)}} = -\overrightarrow{C_{(2/3)}}$ .Nous en déduisons que le support de $\overrightarrow{C_{(3/2)}}$ est aussi la droite CD. Nous la traçons, en C, sur le document en page suivante concernant l'isolement de 2.Le solide 2 est en équilibre sous l'action de 3 forces alors ces forces sont :

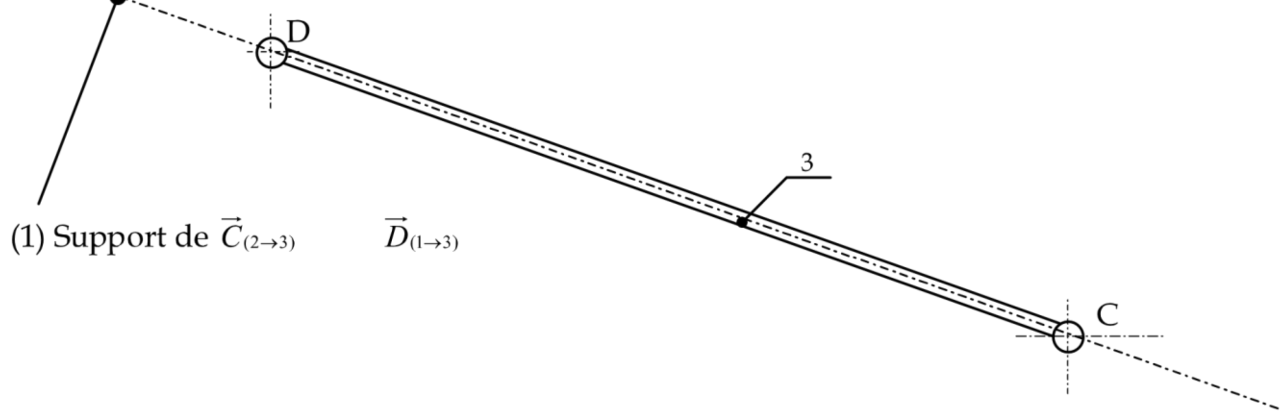
- ✓ Concourantes en un point I_2
- ✓ La somme vectorielle $\vec{P} + \overrightarrow{A_{(1/2)}} + \overrightarrow{C_{(3/2)}} = 0$

Pour traduire graphiquement cette relation, nous allons construire **le triangle des forces** (aussi appelé **Dynamique**).

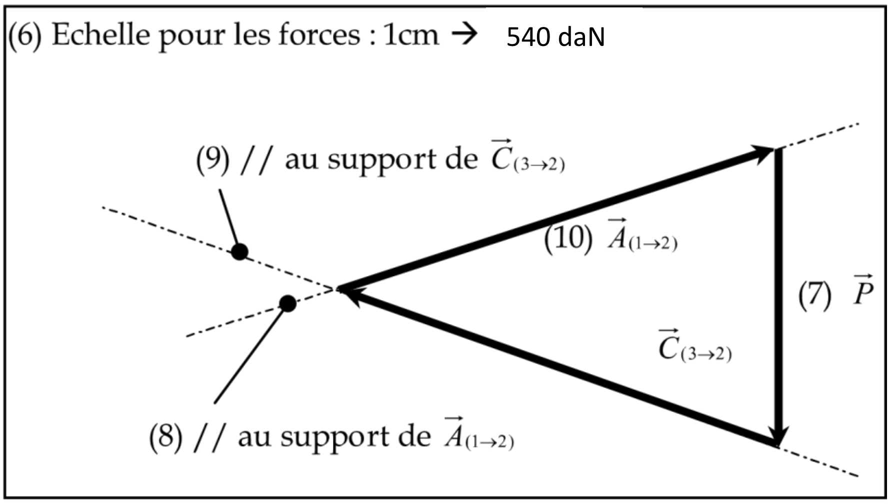
3.4 Méthode de tracée

- Nous commençons par tracer, à proximité de la pièce isolée, le vecteur force $\vec{P}$ qui est intégralement connu. Nous devons donc, définir **une échelle des forces** puis tracer le vecteur $\vec{P}$.
- Nous traçons une parallèle au support de $\overrightarrow{A_{(1/2)}}$ passant par l'origine du vecteur $\vec{P}$
- Nous traçons une parallèle au support de $\overrightarrow{C_{(3/2)}}$ passant par l'extrémité du vecteur $\vec{P}$
- Il nous reste plus qu'à tracer, sur le triangle que nous venons de construire, deux vecteurs pour obtenir la somme vectorielle $\vec{P} + \overrightarrow{A_{(1/2)}} + \overrightarrow{C_{(3/2)}} = 0$
- Nous devons compléter les tableaux précédents en exploitant les informations « lues » sur le dynamique
- En général, nous reportons les forces que nous venons de déterminer sur chacune des pièces isolées

Isolement du tirant 3



Dynamique



Isolement de la potence 2