M. DIAGNE	*MECANIQUE*	Etablissement : LTID
	PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE	Classe : 1er T/2BT

La statique est une partie de la mécanique dont la finalité **est l'étude de l'équilibre des systèmes matériels** (solide ou ensemble de solides) **au repos ou en mouvement uniforme** par rapport à un repère supposé fixe (un repère Galiléen).

I. Enoncé du Principe fondamental de la Statique (PFS)

1.1. Définition

Un ensemble matériel {E} est en équilibre par rapport à un repère R si, au cours du temps, chaque point de{E} conserve une position fixe par rapport au repère R.

1.2. Enoncé du Principe Fondamental de la Statique

Principe : Loi manifestement vraie mais non démontrée.

Fondamental : Qui constitue le fondement (un principe fondamental est une loi de base sur laquelle se construit tout le raisonnement).

Statique : Qui est relatif aux équilibres : (qui ne varie pas ou qui varie suffisamment lentement pour être considéré invariant)

Si un ensemble matériel {E} est en **équilibre** par rapport à un repère R, **la somme des actions mécaniques extérieures à {E} qui agissent sur {E} est nulle**.

Nota : Le **P**rincipe **F**ondamental de la **S**tatique est souvent noté « P.F.S. » par les initiés….

1.3. Frontière d'isolement

Le PFS fait apparaître la notion « d'extérieur à un ensemble matériel ». Par conséquent, avant d'envisager l'utilisation du PFS, nous devons installer **une frontière d'isolement**

Toutes les actions mécaniques situées dans cette frontière seront donc internes au système isolé, et par conséquent, elles n'interviendront pas dans l'écriture du PFS .

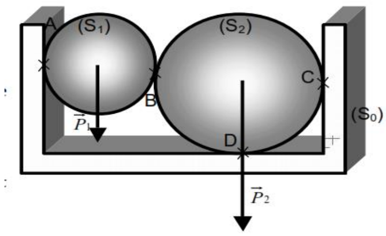

Figure 1 : frontière d'isolement

Seules les actions mécaniques extérieures qui traversent cette frontière sont à prendre en compte lors de l'écriture du PFS.

Exemples :

Isolons **le solide S2**. Les actions mécaniques extérieures à S2 qui agissent sur S2 s'énumèrent de la façon suivante :

- Poids de S2,
- Action, en C de S0 sur S2,
- Action, en D de S0 sur S2,
- Action en B ,de S1 sur S2 sont concernées par le PFS

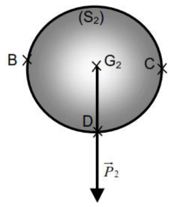

Figure 2:isolement de S2

Si nous isolons **les solides (S1+S2)**.Les actions mécaniques extérieures à (S1+S2) qui agissent sur (S1+S2) s'énumèrent de la façon suivante :

- Poids de S1,
- Poids de S2,
- Action, en A de S0 sur S1,
- Action, en C de S0 sur S2,
- Action en D de S0 sur S2

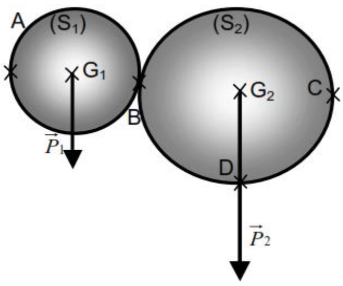

Figure3 :Isolement de S1+S2

II. Le Principe Fondamental de la statique appliqué aux problèmes plan (2D)

Pour résoudre un problème de statique défini dans le plan ou admettant un plan de symétrie, plusieurs solutions s'offrent à nous :

- Résolution Informatique (Logiciel Mecanalyst, …),
- Résolution Analytique (utilisation des Torseurs),
- Résolution Analytique (utilisation des Moments par rapports à un axe)
- Résolution Graphique.

Théorèmes

En statique le système est en équilibre si :

La somme vectorielle (résultante $\vec{R}_{(\bar{S}\to S)}$) de toutes les forces extérieures à S, agissant sur S est nulle :

- **Théorème de la Résultante** :

$$\vec{R}_{(\bar{S}\to S)} = \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{R_2} + \overrightarrow{R_3} + \cdots \overrightarrow{R_n} = \vec{0}$$

La somme vectorielle des moments en un point A (moment résultant en A $\vec{M}_{A_{\bar{S}\to S}}$) de toutes les actions mécaniques extérieures à S, agissant sur S, est nulle en un point A quelconque.

- **Théorème du moment résultant en A**:

$$\vec{M}_{A(\bar{S}\to S)} = \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{R_1}) + \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{R_2}) +,,, + \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{R_n}) = \vec{0}$$

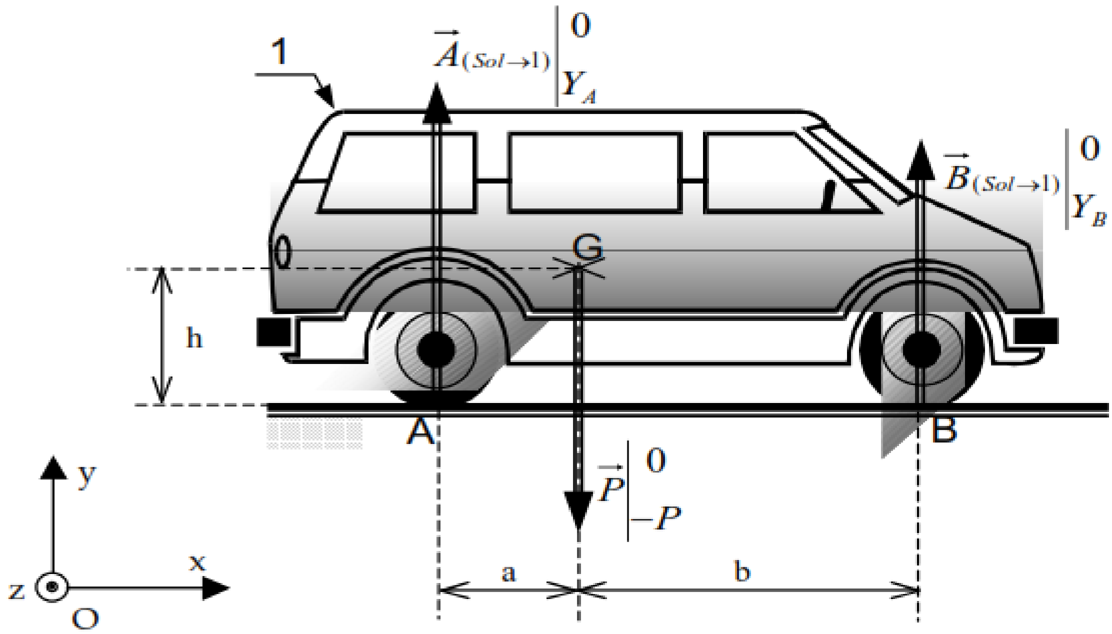

Figure 4 : Equilibre d'un véhicule sur un sol horizontal.

1°) Isolement

Isolons le véhicule repéré 1.Les actions mécaniques extérieures à 1 qui agissent sur 1 sont :

- Le Poids de 1,
- L'action en A du Sol sur 1,
- L'action en B du Sol sur 1.

2°) Enoncé du PFS

Si le véhicule repéré 1 est en **équilibre** par rapport au repère R, **la somme des forces mécaniques extérieures est nulle et la somme des moments des forces extérieures en un point qui agissent sur 1 est nulle**.

Par conséquent, à l'équilibre, nous pouvons écrire :

Equation de la résultante :

$$\vec{R}_{(\overline{1}\rightarrow 1)} = \vec{P} + \vec{A}_{(sol\rightarrow 1)} + \vec{B}_{(sol\rightarrow 1)} = \vec{0}$$

Equation du moment résultant par rapport à l'axe (A,$\vec{z}$)

$$\vec{M}_{A(\overline{1}\rightarrow 1)} = \vec{M}_A(P) + \vec{M}_A\left(\vec{A}_{(sol\rightarrow 1)}\right) + \vec{M}_A\left(\vec{B}_{(sol\rightarrow 1)}\right) = 0$$

3°) Résolution

Equation de résultante :

$$\vec{P} + \vec{A}_{(sol\rightarrow 1)} + \vec{B}_{(sol\rightarrow 1)} = \vec{0}$$

Equation du moment résultant par rapport à l'axe (A,$\vec{z}$)

$$\vec{M}_A(P) + \vec{M}_A\left(\vec{A}_{(sol\rightarrow 1)}\right) + \vec{M}_A\left(\vec{B}_{(sol\rightarrow 1)}\right) = \vec{0}$$

Projection sur $\vec{x}$: $0 + 0 + 0 = 0 \quad (1)$

Projection sur $\vec{y}$: $-P + Y_A + Y_B = 0 \quad (2)$

$Calcul\ des\ moments: -aP + (a+b).Y_B = 0 \quad (3)$

L'équation (1) ne nous est pas d'une grande utilité…Il nous reste donc un système de deux équations à 2 inconnues (Y_A et Y_B).

La résolution de ce système d'équations est donc envisageable.

$$\begin{cases} (2) -P + Y_A + Y_B = 0 \\ (3) \quad -aP + (a+b).Y_B = 0 \end{cases} \quad ou\ encore \quad (2) \quad Y_A = P - Y_B \qquad Y_B = \frac{a.P}{(a+b)}$$

$$Soit\ finalement \begin{cases} Y_A = \dfrac{b.P}{(a+b)} \\ Y_B = \dfrac{a.P}{(a+b)} \end{cases}$$

Par conséquent les actions mécaniques en A et B s'écrivent :

$$\vec{A}_{(sol\rightarrow 1)} \left| \begin{matrix} 0 \\ \dfrac{b.P}{(a+b)} \end{matrix} \right. \qquad et \qquad \vec{B}_{(sol\rightarrow 1)} \left| \begin{matrix} 0 \\ \dfrac{a.P}{(a+b)} \end{matrix} \right.$$