**Bibliographie**

- Mathématiques Secteur Tertiaire 1ère et 2ème année, série Bacl

Auteur : P. Fame, JD. Astier, F le Roux Ed : Nathan technique

* W. Masieri : 1- Mathématiques financières

 2- Statatistiques

PROGRAMME

Chapitre 1 : Rapport et proportion

Chapitre 2 : Pourcentage application à des commerciaux

Chapitre 3 : L’intérêt simple

Chapitre 4 : L’escompte commercial

Chapitre 5 : Equivalence des capitaux

Chapitre 6 : Statistique descriptive

Chapitre 7 : Intérêt composé

Chapitre 8 : Escompte à intérêt composé

Chapitre 9 : Les annuités

Chapitre 10 : Les emprunts individus (ou ordinaire)

Chapitre 11 : Rentabilité des investissements

Chapitre 12 : L’étude de série double

Chapitre 1 : rapport et proportion
I- Qu’est ce qu’un rapport

II- Qu’est ce qu’une proportion

III- Partage proportionnel

1. Qu’est ce qu’un rapport

On appel un rapport d’un nombre réel a, à un nombre réel b non nul, le nombre x tel que 

a est appelé numérateur et b dénominateur

Exemple : 

Propriétés :

On obtient un rapport égal à un rapport donné en multipliant (ou en divisant), ces deux termes par un même réel non nul.

Soit le rapport 

II- Qu’est ce qu’une proportion

On appel proportion, l’égalité de deux rapports  (b, d)

a et b sont les termes extrêmes, b et c sont les termes moyens



Propriétés

Produit des moyennes est égal au produit des extrémités

a/b = c/d  ad = bc

a/b = c/d 

a/b = c/d 

Théorème fondamental

Lorsqu’on a une suite de rapport égal, on forme un rapport égal en faisant la somme des numérateurs sur la somme des dénominateurs.

x/a = y/b = z/c =  on l’appel coefficient de proportionnalité

(Définition de grandeur proportionnelle et grandeur inversement proportionnelle)

III- Partage proportionnel

1. Partage proportionnel

Exemple : Une prime de 26400 est partagée entre trois employés Abdou, Fatou et Michel proportionnellement à leur ancienneté qui sont respectivement de 12 ; 7 et 3 ans.

Quelle est la part de chaque employeur ?

Solution :

Soient x, y et z les parts respectives







 

 

1. Partage inversement proportionnel

 Une société partage une prime à ses employés de façon inversement proportionnelle à leurs nombres d’heures d’absence

A S’est absenté 9 fois, B 5 fois et C 2 fois

Montant de la prime : 365000

Effectuer le partage

Solution

Soit x la part de A

 y la part de B

 z la part de C











Une prime de fin d’année de 1212500 est partagée entre trois employés de façon que les parts soient proportionnelles à l’ancienneté (5 ans, 8 ans et 14 ans) et inversement proportionnelles au nombre de jours d’absence dans l’année, 10 jours, 7 jours et 21 jours.

Effectuez le partage.

Soient x, y et y les parts respectives







**CHAPITRE 1 : INTERETS SIMPLES**

**I / DEFINITION** : Qu’est ce que l’intérêt simple ?

Lorsque une personne X prête à Y une somme d’argent pendant une durée déterminée (lorsqu’un épargnant place une somme d’argent dans son compte), la personne Y en plus du remboursement de la somme prêter verse à X (prêteur) une certaine somme en rémunération du service qu’il lui a rendu. C’est en quelque sorte le loyer de l’argent prêté.

**II / FORMULE FONDAMENTALE** : Comment calculer l’intérêt ?

Un épargnant place une somme de 500 000 F dans son compte pendant 4 ans. Le taux de placement est de 6%.

Calculer l’intérêt qu’il en obtiendra au bout de 4 ans.

1. **Concepts utilisés**
* La somme placé ou emprunté est appelée capital (C)
* Le taux de placement (t) ou le taux d’intérêt est le rapport entre l’intérêt produit pendant une période et le capital placé. Il est souvent exprimé en pourcentage (%).
* La durée (n) est le nombre d’années, de mois, ou de jours de placement.
* L’intérêt (I) est le loyer, la rémunération de l’argent prêté.

I = C \* t \* n = Ctn

 Avec n exprimé en années

I = C \* t \* n/12 Avec n exprimé en mois

I = C \* t \* n/360 Avec n exprimé en jours

**Dans l’exemple 1 :**

I = 500 000 \* 6% \* 4/12 = 10 000

L’intérêt est directement proportionnel au capital, au taux et à la durée.

**Exemple 2 :**

Un capital de 400 000 est placé du 20 mars au 13 septembre de la même année ; le taux annuel est de 9%.

Calculer l’intérêt.

**Corrigé :**

Le nombre de jours est effectivement compté. On ne compte pas le premier jour mais le dernier.

J F M A M J J A S O N D

31 28/29 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31

Décompte 11 30 31 30 31 31 13 = 177 jours

I = 400 000 \* 9% \* 177/360 = 17 700

Exemple 3 :

Un capital de 1 000 000 est placé pendant 3 ans au taux i = 0,05 pour 1 franc placé à 1an. Calculer l’intérêt au bout de 3 ans.

I = 1 000 000 \* 0,05 \* 3 = 150 000

**III / calcul de la valeur acquise par un capital**

La valeur acquise est la somme du capital (C) et des intérêts.

V.acq. = C + I

La capitalisation : c’est l’ajout des intérêts obtenus au capital. Elle se fait en fin de période de placement.

Calculer la valeur acquise dans les exemples 1, 2, 3.

**IV / calcul du taux moyen de placement**

Exemple :

Une personne effectue simultanément n placement aux conditions suivantes :

Capitaux taux durée

C1 t1 n1

C2 t2 n2

C3 t3 n3

Cn tn nn

Le taux moyen de placement est le taux unique T auquel il aurait fallu placer les différents capitaux pour obtenir un intérêt total égal à la somme des intérêts produits par chacun d’eux placé à des taux différents.

Tout se passe comme si

C1 \* t1 \* n1/360 + C2 \* t2 \* n2/360 + -----+ Cn \* tn \* nn/360 = C1 \* T \* n1/360 + C2 \* T \* n2/360 + ----+ Cn \* T \* nn/360

A/B = C/B alors A = C ;

C1 \* t1 \* n1+ C2 \* t2 \* n2 + --------------+ Cn \* tn \* nn = T (C1 \* n1 + C2 \* n2 + --------------+ Cn \* nn)

 Σ Ci ti ni

T = ----------- avec i allant de 1 à n

 Σ Ci ni

**Exemple :**

Une personne place 3 capitaux aux conditions suivantes :

Capitaux taux durée

 1 500 000 4% 9 mois

 800 000 5,5% 10 mois

 750 000 3% 5 mois

**Solution :**

|  |  |
| --- | --- |
| Ci ni | Ci ni ti |
| 1 500 000 \* 9 = 13 500 000800 000 \* 10 = 8 000 000750 000 \* 5 = 3 750 000 | 13 500 000 \* 4% = 540 0008 000 000 \*5,5% = 440 0003 750 000 \* 3% = 112 500 |
|  25 250 000 |  1 092 500  |

T = 1 092 500 / 25 250 000 = 0,04326 soit 4,33%

**V / INTERETS PRECOMPTES – TAUX EFFECTIF DE PLACEMENT**

Il est fréquent que par convention entre les intéressés (emprunteurs et prêteurs) que les intérêts soit versés le jours où le capital est placé et non à la fin du placement, on dit que les intérêts sont précomptés.

**Exemple :**

Un placement de 12 000 000 à intérêt précompté pour 2 ans, taux d’intérêt 9%.

Intérêt précomptés = 12 000 000 \* 9% \* 2 = 2 160 000

Au bout de 2 ans la personne récupère les 12 000 000 alors qu’on lui avait remis 2 160 000 le jour du placement. En fait, c’est comme s’il avait effectivement placé 9 840 000 (12 000 000 – 2 160 000) et aurait gagné en 2 ans 2 160 000. C’est pourquoi le taux effectif du placement est tel que :

9 840 000 \* t \* 2 = 2 160 000

t = 10,97%

**VI / CALCUL DES INTERETS DES COMPTES D’EPARGNE**

Exemple :

Un particulier titulaire d’un compte d’épargne possédait 300 000 le 1er janvier 2003. Au cours de l’année 2003, il effectue les mouvements suivants :

13 janvier versement d’espèces de 200 000

16 avril retrait d’espèces de 120 000

17 juin versement d’espèces de 360 000

08 septembre retrait d’espèces de 120 000

Calculer l’intérêt total produit le 31-12 ainsi que la valeur acquise, le taux d’intérêt est de 4%.

**Principe**

* En général l’intérêt de temps est la quinzaine
* Le dépôt rapporte des intérêts à partir du 1er ou du 16 qui suit
* Le retrait prend effet à partir du 1er ou 16 qui précède.

I1 = 300 000 \* 4% \* 24/24 = 12 000

I2 = 200 000 \* 4% \* 23/24 = 7 667

I3 = 360 000 \* 4% \* 12/24 = 7 200

 Somme des intérêts créditeurs = 26 867

I’1 = 120 000 \* 4% \* 17/24 = 3 400

I’2 = 240 000 \* 4% \* 8/24 = 3 200

Somme des intérêts créditeurs = 6 600

**Intérêt total produit = 26 867 – 6 600 = 20 267**

S1 = 300 000 \* 4% \* 1/24 = 500

S2 = 500 000 \* 4% \* 6/24 = 5 000

S3 = 380 000 \* 4% \* 5/24 = 3 167

S4 = 740 000 \* 4% \* 4/24 = 4 933

S5 = 500 000 \* 4% \* 8/24 = 6 667

**Intérêt total produit = 20 267**

EXERCICES

**Exercice 1:**

Calculer l’intérêt fourni par un placement de 500 000 à 8% du 15 octobre de l’année n au 18 février de l’année n+1.

**Résolution :**

Calcul de l’intérêt :

Soient :

C le capital 5 00 000

t le taux 8

n à déterminer ?

I ?

On pose : I = (C\*t\*n) / 36000

Calcul de la durée oct (16) + nov(30) +dec(31) + jan(31) fev(18) = **126 jours**

**AN :** I = (500 000\*8\*126) / 36000 = 14 000.

Intérêt = 14 000

**Exercice 2 :**

Un capital de 3 600 000 prêté à 8% le 08 juin a acquis à la fin du prêt une valeur de 3 644 000.

Déterminer à quelle date le prêt a été remboursé ?

**Exercice 3 :**

Un capital de 1 200 000 a produit du 16 mai au 25 septembre un intérêt de 35200.

Calculer le taux de placement.

**Exercice 4 :**

Calculer le capital qui placé à 12% pendant 70 jours a acquis une valeur de 614 000.

**Exercice 5 :**

Mr DIOP prête un capital de 3 500 000 durant 6 mois au taux de 5% au terme des 6 mois, intérêt compris.

Déterminer la somme perçue par M. DIOP au terme des six mois.

**Exercice 6 :**

Quelle sera la valeur acquise par un capital de 200 000, placé à 4,25% du 16 novembre au 31 décembre ?

**Exercice 7 :**

Un capital de 1800 000 placé durant 145 jours a rapporter 43 500 d’intérêt.

Déterminer le taux de ce placement.

**Exercice 8 :**

Après combien de jours de placement, un capital de 775 000, placé au taux de 8% acquiert-il une valeur de 790 500 ?

**Exercice 9 :**

Vous avez effectué deux versements à la caisse d’épargne, le premier de 600 000 le 20 mars, le second le 12 avril. Le 31/12, le livret a été arrêté à la somme de 184550 (taux d’intérêt en vigueur 3,5%).

**Remarque :** les intérêts de la caisse d’épargne sont comptés le 1er et le 16 de chaque mois.

Déterminer le montant du second versement effectué.

Problème 1 :

Un capital de 80 000 est placé a intérêt simple à un taux t%. Au bout de deux ans le préteur retire capital et intérêt et replace le tout à intérêt simple à un taux (t+2) %.

Trois ans après ce nouveau placement, le préteur dispose, capital et intérêt réunis, de 130 560.

Calculer le taux t.

Problème 2 :

La somme de deux capitaux s’élève à 1 440 000. le 1er capital est placé pendant 150 jours au taux de 6% à intérêt simple et le second pendant 90 jours à 7%.

L’intérêt rapporté par le 1er capital est le double de l’intérêt rapporté par le 2ème.

* 1. calculer les deux capitaux et les deux intérêts.
	2. Déterminer les valeurs acquises par les deux capitaux à l’issue de n jours de placement.
	3. Pendant combien de jours devraient –ils rester placé pour que la différence des deux valeurs acquises soit égale à 247 000.